

- Pojęcie krzywej regularnej, parametryzacja kukowa i jej istnienie. Co to znaczy, że krzywa  $\gamma(t)$  zostanie kukowa sparametryzowana (czyli otrzymaliśmy  $\tilde{\gamma}(s)$ ). Czy krzywa  $y=|x|$  może mieć parametryzację regularną?
- Reper Freneta, wzory Freneta - definicja reperem  $(T, N, B)$  dla  $\gamma = \gamma(s)$ . Wzory Freneta dla  $\gamma = \gamma(t)$ .  
Jak definiujemy  $K(t)$  dla  $\gamma(t)$ .
- Wzory na  $K$  i  $\tau$  dla  $\gamma(t)$  - krzywą dowolnej (regularnej). Warunek istnienia  $\tau$ . Co można powiedzieć o  $\gamma(t)$ , jeśli:
  - $\gamma'(t) \times \gamma''(t) = 0$  w punkcie to
  - — — w przedziale  $(a, b)$ .
- Warunki na to, by krzywa była zawarta w płaszczyźnie (okrąg). Warunek na to, że  $\gamma$  jest izometryczna z:
  - linią śrubową
  - ogólnioną linią śrubową.
- Jakie są mierznienniki krzywych? które z nich wystarczą do dokładnego określenia krzywą (2 daktadności do izometrii)  
Podaj 2 nieizometryczne krzywe, mające te same krzywizny.
- Napisać tożsamość Lagrange'a i wzór na  $a \times (b \times c)$ .
- Kiedy funkcja  $x(u, v)$ ,  $x: U \rightarrow \mathbb{R}^3$ ,  $U \subset \mathbb{R}^2$ , jest parametryzująca powierzchnię. Definicja pola normalnego i płaszczyzny stycznej.
- Definicja i właściwości operacji  $Vf$  na powierzchni  $M$ , gdzie  $v \in T_{x_0} M$ ,  $f: M \rightarrow \mathbb{R}$ . Definicja operatora kontraktu na tej podstawie.
- Ile wynosi  $D_{\gamma'(t)} X$ , gdzie  $X$  - pole wektorowe określone w punktach krzywej  $\gamma(t)$  na powierzchni. Ile wynosi  $D_{\gamma'(t)} \gamma'(t)$ ? Czym to się różni od  $\nabla_{\gamma'(t)} \gamma'(t)$ ?
- Pierwsza forma fundamentalna, jej właściwości i zastosowanie do obliczania pól i długości krzywych. Odległość punktów powierzchni.
- Krzywina normalna - dokładna definicja. Krzywiny główne - definicja i ich związki z operatorem kontraktu. Kierunki główne.

12. Linie asymptotyczne i krzywiznowe (definicja).  
Czy (i dlaczego) w otoczeniu punktu niekolistego istnieją linie krzywiznowe?
13. Wzór Eulera z dokładnym opisem. Czy w każdym punkcie istnieją kierunki asymptotyczne?
14. Krzywizna Gausza i średnia, obliczanie krzywizn głównych przy pomocy K i H. Klasifikacja punktów powierzchni.  
Co implikuje  $K = \text{const.}$  dla powierzchni zwartej?
15. Pochodna kowariantna i symbole Christoffella.  
Zależność od pierwszej formy fundamentalnej.
16. Definicja nawiasu Liego (może być  $[X, Y] = D_X Y - D_Y X$ )  
oraz jego własności, np.  $[fX, Y] = ?$  Tożsamość Jacobiego.
17. Definicja tensora torsji i krzywizny.  
Równanie Gausza (przy pomocy R, h, S).  
Równanie Codazzi w języku Dh. Definicja  $\nabla h$ .
18. Przesunięte równolegle i geodezyjne - definicje.  
Geodezyjne na płaszczyźnie i sferze.