

Calc:

$$\int \frac{dx}{2 + \sin x + \cos x}$$

$$\int \frac{2x^5 + 6x^3 + 1}{x^4 + 3x^2} dx$$

$$\int \arctg \sqrt{x} dx$$

$$\int \sqrt{9 - x^2} dx$$

$$\int \frac{e^{2x} + e^x}{e^{2x} - 4} dx$$

$$\int e^{\sqrt{x}} dx$$

$$\int \frac{5x^2 + 11x + 14}{(x+1)(x^2 + 2x + 5)} dx$$

$$\int_0^1 \sqrt{1 + \sqrt{x}} dx$$

$$\int \frac{\arctg(\ln x)}{x} dx$$

$$\int_1^{\infty} \frac{dx}{x^2 + 2x + 5}$$

$$\int \frac{1 + \ln x}{3 + x \ln x} dx$$

$$\int \frac{dx}{x^2 - 6x + 13}$$

$$\int \frac{dx}{x^3 + 1}$$

$$\int \frac{x^4 \arctg x dx}{1 + x^2}$$

$$\int \frac{dx}{e^x + e^{2x}}$$

$$\int \sqrt{x} \cos \sqrt{x} dx$$

$$\int x e^{x^2} (x^2 + 1)^2 dx$$

$$\int \frac{\sqrt{9 - x^2} dx}{x}$$

$$\int \frac{dx}{x(x+1)^2}$$

$$\int x \ln^2(x^2 + 1) dx$$

## Granice

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \operatorname{tg} x}{x^3}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^x - e^{-x})^2}{x^2 \cos x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 3 \operatorname{tg}^2 x)^{\operatorname{ctg}^2 x}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^4 + 12n^3 - 2} - 2n^2}{n+1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{\sin^2 x} - \frac{1}{x^2} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \left( \frac{1}{x} \right)^{\sin x}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 2x - 1} \right)^x$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 - 2x}{2x^2 + x + 2} \right)^x$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x \sqrt{\cos 2x}}{x^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^{x-1} - e^{-x+1} - 2x + 2}{x - \sin(x-1) - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{\sin x}{x} \right)^{\frac{1}{x^2}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{2x^2} - \frac{1}{2x \operatorname{tg} x} \right)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n+6}{n+3} \right)^{4n+2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \ln x \left( \frac{3x}{x^2-1} + 1 \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{2}{\pi} \operatorname{arctg} x \right)^x$$

## Steregi

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(n+1)! (n+1)^{n-1}}{n^{2n}}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{n^{2n}}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{3^n \cdot n!}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{5^n \cdot n^{2n}}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{n+1}\right)^{\frac{n^2}{2}}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{n-1}\right)^{n(n-1)}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{2n}}{(2n)!}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n n^{n^2}}{(n+2)^{n^2} e^n}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n^3+n+3}{n^3+3}\right)^{n^3}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{2n}}{(2n)! \cdot 2^n}$$

## Ekstrema (+ monotonicność)

$$f(x) = \frac{3e^x}{4x^2 - 1}$$

$$f(x) = xe^{-\frac{1}{2}x^2}$$

$$f(x) = (x-5)e^{-x^2}$$

$$f(x) = \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$$

$$f(x) = x^3 e^{-x}$$

$$f(x) = \frac{x}{\ln^2 x}$$

$$f(x) = x^2 + \frac{4}{x^2}$$

## Optymalizacja

1. Jaką liczbę dodatnią w sumie ze swojej odwrotnością ma max. wartość?
2. Który z prostopadłościanów o podstawie kwadratowej i sumie długości krawędzi  $L$  ma max. objętość?
3. Który z trójkątów prostokątnych o obwodzie  $L$  ma maksymalne pole?
4. Znaleźć wartości największą i najmniejszą funkcji  $f(x) = \arctg \frac{1-x}{1+x}$  w przedziale  $[0, 1]$ .
5. Liczbę  $a > 0$  rozłożyć na talie 2 składników dodatnie, by ich suma ich sześcianów była największa.