

Liczby zespolone i macierze - kolokwium.

1. Obliczyć $(\sin \frac{\pi}{21} - i \cos \frac{\pi}{21})^{98}$.
2. Rozwiązać równanie kwadratowe $z^2 + 4z - 3i = 0$. (lub np. równanie $z^4 = (3 - 2i)^2$)
3. Wyznaczyć $\sqrt[3]{1 - i}$ (dla ułatwienia można obliczyć najpierw jeden z pierwiastków, który ma najprostszy argument ψ , a potem użyć ϵ_3). Inne zadanie tego typu: wyznaczyć $\sqrt[4]{-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}}$.

4. Niech $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 5 & 3 \\ 3 & 2 & 4 & -2 \\ -2 & 3 & 1 & 2 \\ -4 & 2 & 4 & 3 \end{bmatrix}$ oraz $b = [2 \ 0 \ 3 \ 4]$. Wiadomo, że $\det A = -69$.

Podać wartość trzeciej współrzędnej rozwiązania równania $Ax = b^T$ (transponowanie).

Przez x rozumiemy $\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}$.

5. Rozwiązać równanie $Ax = b$, gdzie $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, $b = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$.

6. Rozwiązać równanie $Ax = b$, gdzie $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & 4 \\ 2 & 1 & 3 & 5 \\ 4 & 3 & -1 & 3 \end{bmatrix}$, $b = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$.

7. Rozwiązać równanie $XA = B$, gdzie $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & -1 & 0 \\ 0 & 4 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 5 \\ 4 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$. Wy-

korzystać macierz odwrotną.

8. Wyznaczyć płaszczyznę przechodzącą przez prostą $l : 2(x - 1) = 3(y + 2) = \frac{z}{3}$ i punkt $A = (1, 2, 1)$.

9. Wyznaczyć płaszczyznę prostopadłą do prostej

$$k : \begin{cases} x + 2y - z = 2 \\ 2x - y - 3z = 1 \end{cases}$$

i przechodzącą przez punkt $P = (2, 1, 0)$.