

Pytania z teorii na egzamin dla osób, które były nieobecne na co najmniej 3 wykładach.

1. Wypowiedzieć treść twierdzenia podstawowego rachunku całkowego:
Jeżeli f jest funkcją ciągłą w przedziale $[a, b]$ oraz

$$F(x) := \int_a^x f(t)dt,$$

to $F'(x) = f(x)$ dla dowolnego x w $[a, b]$.

2. Co to są ułamki proste i jakie są zasady rozkładu funkcji wymiernej na ułamki proste. Na jakie ułamki proste rozkłada się funkcja

$$f(x) = \frac{1}{(x-2)^2(x^2+1+5)}?$$

3. Podać definicję normalnego ciągu podziałów przedziału, sum całkowych (mogą być tylko sumy pośrednie) oraz całki oznaczonej.

4. Przedstawić twierdzenie o zmianie zmiennej w całce oznaczonej (najlepiej wersję z wykładu). Jak całka oznaczona związana jest z całką nieoznaczoną.

5. Podać wzory na: na pole figury, ograniczonej wykresami dwóch funkcji ciągłych, na objętość bryły obrotowej i długość krzywej.

6. Podać twierdzenie mówiące o tym, przy jakich założeniach funkcja posiada ekstremum lokalne (chodzi więc o warunek wystarczający ekstremum). Może być przy okazji pytanie, co to znaczy, że funkcja ma w danym punkcie ekstremum lokalne.

7. Podać warunek na to, że pochodne cząstkowe mieszane są sobie równe (np.

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}.$$

Umieć obliczyć pochodne cząstkowe, powiedzieć na jakich zasadach je obliczamy.

8. Podać treść twierdzenia o funkcji uwikłanej. Zastosować do funkcji

$$y \cos y + x \ln x = 0$$

w punkcie $(1, 0)$. Pytanie o to, czy powyższe równanie opisuje pewną funkcję, której wykres leży w otoczeniu tego punktu.

9. Podać twierdzenie o istnieniu i jednoznaczności rozwiązań równania różniczkowego typu ogólnego $y' = f(x, y)$ z zadaniem warunkiem początkowym oraz analogiczne twierdzenie dla równania o rozdzielonych zmiennych. Jak praktycznie rozwiązuje się równanie o rozdzielonych zmiennych?

10. Czym jest zbiór rozwiązań równania różniczkowego liniowego jednorodnego rzędu 2? Podać wzory na rozwiązanie ogólne takiego równania jednorodnego o stałych współczynnikach we wszystkich 3 przypadkach, zależnych od "delty", czyli wyróżnika równania charakterystycznego.

11. Podać twierdzenie mówiące o postaci przestrzeni rozwiązań równania niejednorodnego rzędu 2. Wyjaśnić ewentualne użyte skróty (np. RORN = RORJ + RSRN).

12. Jakie są zasady przewidywania rozwiązań szczególnych równań różniczkowych niejednorodnych rzędu 2 o stałych współczynnikach.

13. Rozwiązać podane proste równanie liniowe niejednorodna rzędu 1. Można użyć gotowego, zapamiętanego wzoru.