

Tematy do samodzielnego opracowania.  
 (Na ćwiczeniach będziemy rozwiązywać zadania spośród podanych poniżej).

1. Granice funkcji (wykład). W szczególności granice  $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = e$ ,  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ .

Symbole  $\frac{1}{0^+} = \infty$ ,  $\frac{1}{0^-} = -\infty$ .

2. Ciągłość funkcji i jej konsekwencje, w szczególności własność Darboux.

Zadania (Krysicki, Włodarski):

Rozdział 5: 22, 26, 29, 34, 36, 37, 39, 43, 44, 56, 61, 63, 66,

3. Pochodna (wykład). Proszę nauczyć się wzorów na pochodne poszczególnych funkcji oraz wzorów ogólnych:

$$(f \pm g)' = f' \pm g', \quad (cf)' = cf', \quad \left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$$

$$(g(f(x)))' = g'(f(x)) \cdot f'(x) \text{ (*)}, \quad (fg)' = f'g + fg'$$

Wzory są w tablicach, na wykładzie i w zbiorze zadań (str. 94-96).

Uwaga: będziemy stosować inne sposoby obliczania pochodnych funkcji złożonych niż w zbiorze zadań (zad 6.9 - 6.16)

Podam kilka przykładów, jak to lepiej zapisać (wzór \*).

$$1) \quad h(x) = \sin(x^2), \quad g(y) = \sin y, \quad f(x) = x^2, \quad g'(y) = \cos y$$

$$\text{*} \Rightarrow (\sin(x^2))' = g'(x^2) \cdot (x^2)' = \cos(x^2) \cdot 2x.$$

$$\text{Inaczej, obrazowo: } (\sin \square)' = \cos \square \cdot \square'$$

Tutaj symbol  $\square$  oznacza jakąś funkcję (wzrostającą), która na razie nie jest istotna.

Popatrzmy jeszcze raz:

$$(\sin \boxed{x^2})' = \cos \boxed{x^2} \cdot (x^2)' = \cos(x^2) \cdot 2x$$

2) Inny przykład:

$$(\sin^2(x))' = (\boxed{\sin x}^2)' = 2 \boxed{\sin x} \cdot \boxed{\sin x}' = 2 \sin x \cos x$$

tu widzisz funkcję  $\boxed{\quad}^2$ ,  
i  $(\boxed{\quad}^2)' = 2 \boxed{\quad} \cdot \boxed{\quad}'$  wg  $\oplus$ .

$$3) \left( \sqrt{x \log_2(\cos x)} \right)' = \frac{1}{2\sqrt{x \log_2(\cos x)}} \cdot \left( \log_2(\cos x) + x \cdot \frac{1}{\cos x \cdot \ln 2} \cdot (-\sin x) \right)$$

tu widzisz:

$$\sqrt{\boxed{\quad}}$$

i wiem, że

$$(\sqrt{\boxed{\quad}})' = \frac{1}{2\sqrt{\boxed{\quad}}} \cdot \boxed{\quad}'$$

Tutaj stosujemy wzór  $(fg)' = f'g + fg'$  oraz wzór  $\oplus$

dla funkcji  $\log_2(\cos x)$ , czyli:  $(\log_2 \boxed{\cos x})' = \frac{1}{\boxed{\cos x} \ln 2} \cdot \boxed{\cos x}' =$   
 $= \frac{1}{\cos x \cdot \ln 2} \cdot (-\sin x).$

Zadanie, rozdział 6, zadania 45-200 (wybrane).

4. Zastosowanie pochodnych:

Reguła de l'Hospitala (wykład),

zadania, rozdział 12: 15-71, wybierz można przykłady różnych typów w oparciu o wykład i wprowadzenie ze zbioru zadań z rozdziału 12.

Badańże przebiegu zmierzności funkcji (wykład)

zadania, rozdział 10; zadania wybrane spośród:

58-69, 82-99, ~~rozdział~~ 142-145,  
rozdział 13, zadania 10-33 (wybrane).

5. Podstawy rachunku całkowego.

Proszę przedstawić wykład i rozwinąć zadania:

15.22-15.83 (są to zadania ogólne z metody podstawiania: 34-65 i przez różnicę: 67-83).

Następnie obliczanie całek z funkcji wymiernych i niewymiernych w miarę możliwości.

Zadania z rozdziałów 16 i 17. Proszę zwrócić uwagę na rozkład funkcji wymiernych na ułamki proste, np. na przykładach: 16.7-16.20