

(Dwa zadania obliczeniowe, np. łukowa parametryzacja krzywej, obliczenie κ i τ i wyznaczenie ewentualnych wniosków o krzywej, obliczenie κ i τ dla krzywej w postaci uwikłanej). Pozostałe 2 zadania z powyższej listy.

1. Wykazać, że jeśli γ zawiera się w sferze o promieniu R , to $\kappa \geq \frac{1}{R}$ w każdym jej punkcie.
2. $\gamma = \gamma(s)$. $\alpha(s) := \gamma(s) - s\gamma'(s)$. Obliczyć κ_α w zależności od s, κ_γ i τ_γ . Tutaj „ s ” to parametr łukowy krzywej γ .
3. Zakładamy, że γ nie ma punktów wyprostowania, oraz styczne tworzą z ustaloną prostą l kąt stały, to normalne główne (równoległe do N) są prostopadłe do l , a binormalne ($\parallel B$) tworzą z l kąt stały. (Gdowski)
4. Jeżeli między punktami krzywych α i β istnieje bijektywna odpowiedniość taka, że w punktach sobie odpowiadających obie krzywe mają wspólną normalną główną, to odległość tych punktów jest stała, a także kąt między stycznymi w tych punktach jest stały.
5. $\gamma = \gamma(s)$ - krzywa. Wykazać, że jeżeli proste normalne do γ (czyli równoległe do $N_\alpha(s)$ przechodzące przez $\alpha(s)$) przechodzą przez ustalony punkt, to krzywa jest zawarta w okręgu.
6. Wykazać, że jeśli płaszczyzny normalne (czyli $\perp B$) do γ przechodzą przez jeden punkt, to γ jest zawarta w sferze.
7. Niech $\kappa_\gamma \neq 0$ w punkcie P . Wykazać, że krzywa α powstaje jako kat γ na płaszczyźnie ściśle stycznej do γ w P ma krzywizną w P równą κ_γ w P .

8. $\alpha = \alpha(s)$ - łukowo sparametryzowana krzywa w \mathbb{R}^3 .

Niech $\beta(s) = \alpha(s) - s\alpha'(s)$ (czyli β - ewolwenta α).

Wykazać, że jeśli β jest zawarta w płaszczyźnie,

to α jest uogólnioną linią śrubową.

($\beta' = \alpha' - \alpha'' - s\alpha'''$ - przekształć: namnożyć $\tau = 0$)

9. $\alpha = \alpha(s)$ - krzywa sparametryzowana krzywymi, spełniająca warunek $\kappa \neq 0$. Udowodnić, że α jest krzywą zwykłą $\Leftrightarrow \alpha'' \cdot (\alpha''' \times \alpha^{(4)}) = 0$.

10. Wykazać, że krzywa, która jest bez punktów wyprostowania i spełnia warunek $\kappa \neq 0$ leży na sferze $\Leftrightarrow \frac{\tau}{\kappa} + \left(\frac{1}{\tau} \left(\frac{1}{\kappa}\right)'\right)' = 0$

11. Wykazać, że jeżeli γ jest krzywą bez punktów wyprostowania, to jest ona UL \bar{S} $\Leftrightarrow \alpha'' \cdot (\alpha''' \times \alpha^{(4)}) = 0$.

12. Niech γ - UL \bar{S} , a wektor v ma własności $T \cdot v = \text{const.} \neq 0$.
Niech β będzie retem α na płaszczyźnie prostopadłej do v .
Udowodnić, że normalne główne, N_γ i N_β w odpowiadających sobie punktach (punkt i jego rzut) są równoległe.
Obliczyć κ_β w zależności od κ_γ .