

Zadania przykładowe na kolokwium

1. Granica funkcji

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{(1 + \frac{1}{x})^x}{e} \right)^x \quad \left([1^\infty] \text{ a więc po przekształceniu reguła de l'Hospitala} \right)$$

2. Zbieżność szeregu

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2 4^n}{n^{2n}} \quad (\text{zbieżny})$$

3. Ekstrema i monotoniczność:

$$f(x) = \ln(x^2 + 1) - \ln((x-1)^2) \quad (\text{wychodzi minimum w } x = -1)$$

4. Asymptoty dla

$$f(x) = \sqrt{x^2 + x}$$

5. W półkuli o promieniu R wpisano

walec o maksymalnej objętości.

Podaj jego wymiary

$$\left(\text{promień podstawy} = R \cdot \sqrt{\frac{2}{3}} \right)$$